



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
DEPARTAMENTO DE SOLOS E ENGENHARIA AGRÍCOLA

® **M** Plataforma Moretti

Disciplina: Fundamentos de Hidrologia, Irrigação e Drenagem

UNIDADE 5 – Movimento da água no solo

Prof. Jorge Luiz Moretti de Souza

E-mail: jmoretti@ufpr.br

<http://www.moretti.agrarias.ufpr.br/index.htm>

Objetivo da Unidade didática

Identificar e caracterizar as principais variáveis, propriedades e atributos envolvendo a relação água-solo-planta-atmosfera, necessários ao entendimento de como ocorre o **movimento** da água no solo.

UNIDADE 5 – MOVIMENTO DA ÁGUA NO SOLO

1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

- Fases do movimento da água no sistema S-P-A;
- O movimento da água no solo ocorre devido a $\Delta\psi$;
- ψ_{os} sem membranas semipermeáveis (desprezível);
- Valor do ψ sem o ψ_{os} : potencial hidráulico (H)

$$H = \psi = \psi_p + \psi_m + \psi_g$$

Sendo: H – potencial hidráulico (m); ψ – potencial total (m); ψ_p – potencial de pressão (m); ψ_m – potencial matricial (m); ψ_g – potencial gravitacional (m).

Readequando os símbolos:

$$h = \psi_p + \psi_m$$

$$z = \psi_g$$

$$H = h + z$$

Sendo: H – potencial hidráulico (m); h – componente de pressões “ $\psi_p + \psi_m$ ” (m); z – profundidade, que é igual ao ψ_g referente à superfície do solo (m).

2 EQUACIONAMENTO DO MOVIMENTO DA ÁGUA NO SOLO

- Equações: Darcy (1856); Buckingham (1907); e, Darcy-Buckingham

$$q = -K \cdot \nabla H = -K \cdot \text{grad } H$$

Sendo: q – densidade de fluxo de água no solo (mm dia^{-1}); K – condutividade hidráulica do solo (mm dia^{-1}); ∇H ou $\text{grad } H$ – gradiente de potencial hidráulico (m m^{-1})

2.1 Densidade de fluxo da água no solo (q)

$$q = \frac{V}{A \cdot t}$$

$$\frac{L^3}{L^2 T} = L T^{-1}$$

Sendo: q – densidade de fluxo de água no solo (mm dia^{-1}); V – volume (m^3); A – área de seção transversal (m^2); t – tempo (dia).

Exemplo 5.1 – Se 10 L de água atravessam 5 m^2 de solo em 0,1 dia, qual é a densidade de fluxo (q)?

$$q = \frac{V}{A \cdot t} = \frac{10}{5 \cdot 0,1} = 20 \text{ L m}^{-2} \text{ dia}^{-1} \text{ ou } 20 \text{ mm dia}^{-1}$$

a) Velocidade real da água em solo saturado:

$$A_{\text{efetiva}} = A \cdot \alpha \quad v = \frac{V}{A \cdot t \cdot \alpha} \quad v = \frac{q}{\alpha}$$

b) Velocidade real da água em solo não saturado:

$$A_{\text{efetiva}} = A \cdot \theta \quad v = \frac{V}{A \cdot t \cdot \theta} \quad v = \frac{q}{\theta}$$

c) Tortuosidade de um meio poroso

$$\text{Tortuosidade} = \left(\frac{L_{\text{real percorrida}}}{L_{\text{linha reta}}} \right)^2$$

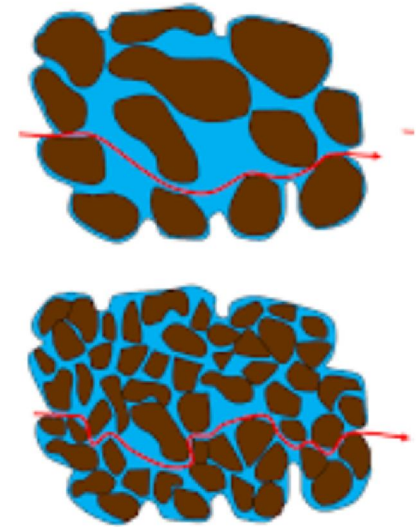


Figura 5.1 – Solo não saturado

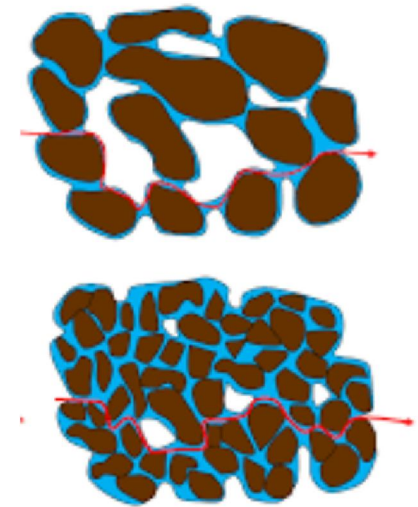


Figura 5.2 – Solo não saturado

Exemplo 5.2 – Um solo saturado é atravessado por um fluxo. Dados: $V = 10 \text{ L}$, $A = 5 \text{ m}^2$, $t = 0,1 \text{ dia}$ e $\alpha = 0,5$, determine:

i) A densidade de fluxo q ; e,

$$q = \frac{V}{A \cdot t} = \frac{10}{5 \cdot 0,1} = 20 \text{ L m}^2 \text{ dia}^{-1} \text{ ou } 20 \text{ mm dia}^{-1}$$

ii) A velocidade real de água no solo.

$$v = \frac{V}{A \cdot t \cdot \alpha} = \frac{10}{5 \cdot 0,5 \cdot 0,1} = 40 \text{ mm dia}^{-1}$$

2.2 Gradiente de potencial (H) ou ∇H da equação de Darcy-Buckingham

$$\text{grad } H = \vec{\nabla} H = \frac{\partial H}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial H}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial H}{\partial z} \vec{k}$$

$$\vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$$

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$$

$$q = -K \cdot \frac{\partial H}{\partial x} = -K \cdot \text{grad } H = -K \cdot \nabla H$$

O $\vec{\nabla} H$ é uma força,

$$\frac{J}{m} = \frac{N \cdot m}{m} = N$$

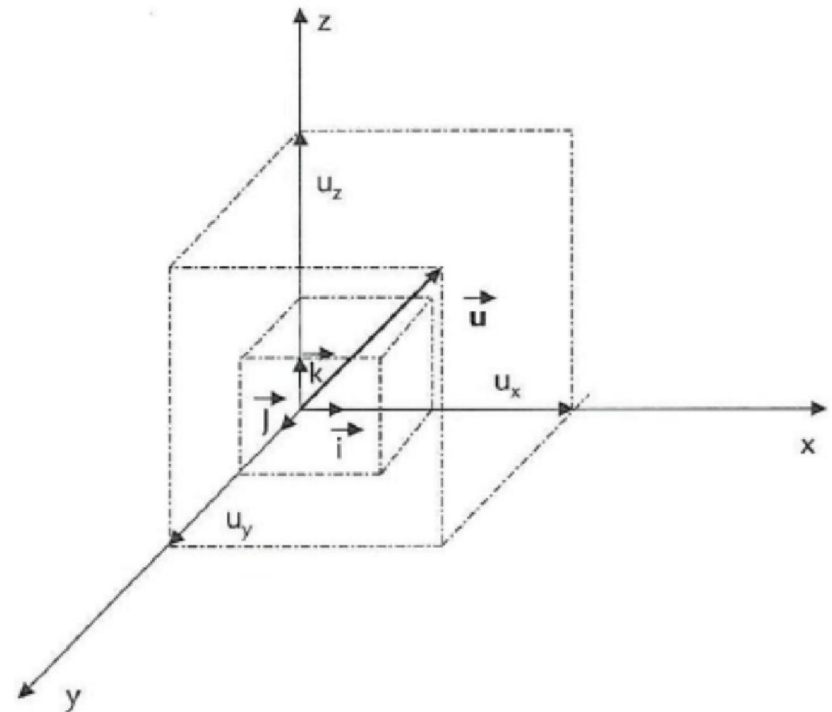


Figura 5.3 – Decomposição de um vetor \vec{u} em três componentes ortogonais.

Exemplo 5.3 – Como fica o gradiente da operação $\vec{\nabla}$ sobre a grandeza escalar temperatura (T)?

$$\vec{\nabla}T = \text{grad } T$$

ou

$$\vec{\nabla}T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} = \text{vetor}$$

2.3 Significado da condutividade hidráulica do solo (K)

$$q \propto \vec{\nabla}H$$

$$K = \frac{q}{\vec{\nabla}Hx}$$

$$\frac{LT^{-1}}{LL^{-1}} = LT^{-1}$$

- O sinal negativo indica que o sentido do fluxo (q) é contrário ao do gradiente ($\vec{\nabla}H$);
- O sentido do gradiente $\vec{\nabla}H$, por definição, é tomado do menor para o maior potencial hidráulico. Logo, é positivo;
- A água se move do maior para o menor potencial hidráulico (H), logo K tem sinal negativo, contrário ao do gradiente.

Exemplo 5.4 – Para um o mesmo tipo de solo que se encontra apresentado na Figura 5.4, verifique o que ocorre com a área efetiva ou útil para o fluxo de água, bem como a condutividade hidráulica, quando ocorre a diminuição da umidade volumétrica do solo.
 Dados: $A = 100 \text{ cm}^2$; $\alpha = 0,55 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$.

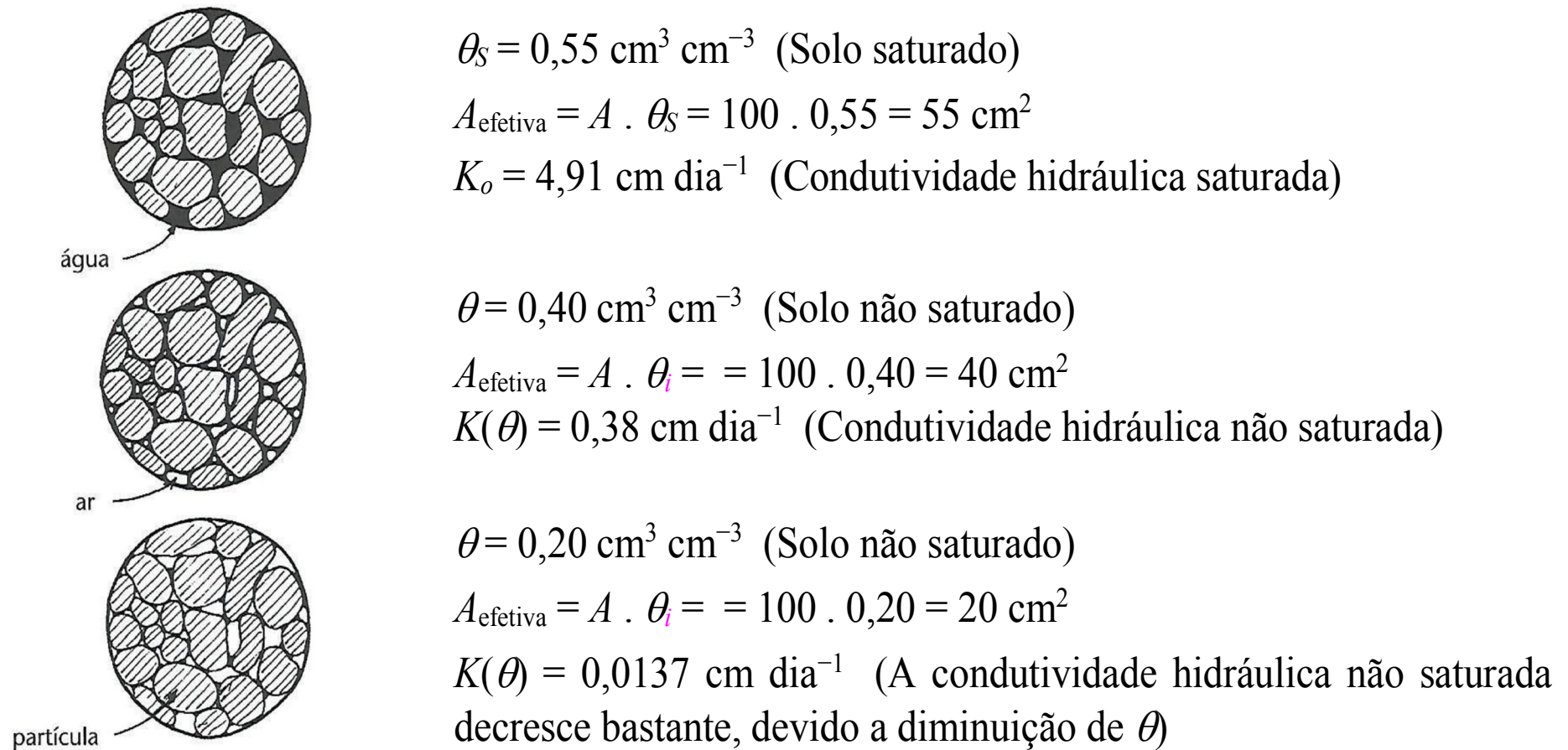


Figura 5.4 – Distribuição da área efetiva ou útil para o fluxo de água, e condutividade hidráulica com a diminuição da umidade do solo.

3 MEDIDA DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA DO SOLO

- Métodos de laboratório;
- Métodos de campo.

3.1 Métodos de laboratório para medir a condutividade hidráulica de solo saturado

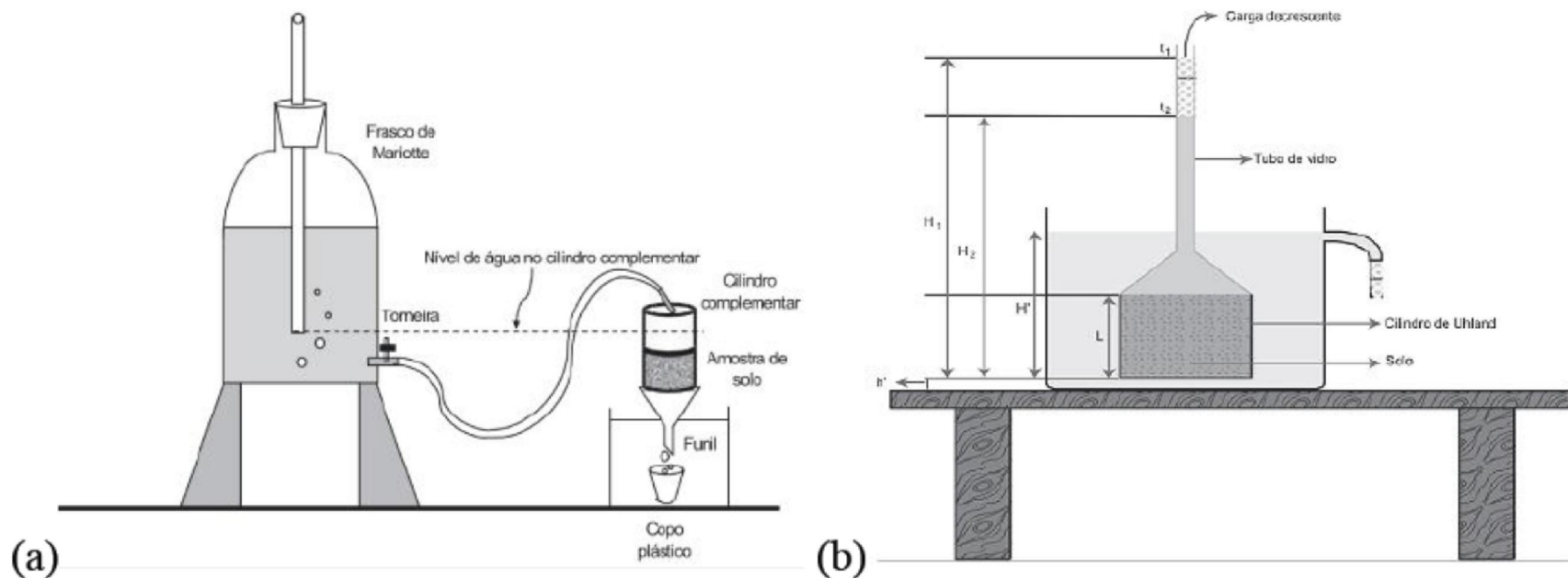


Figura 5.5 – Esquema contendo: (a) Frasco de Mariotte ligado a um permeômetro de carga constante; e, (b) Permeômetro de carga decrescente.

a) Permeâmetro de carga constante ($K_o > 2 \cdot 10^{-3} \text{ mm s}^{-1}$)

$$K_o = q_o \cdot \frac{L}{(h + L)} = \frac{V \cdot L}{A \cdot t \cdot (h + L)}$$

Sendo: K_o – condutividade hidráulica de solo saturado (cm dia^{-1} ou cm h^{-1}); q_o – densidade de fluxo em solo saturado (cm dia^{-1} ou cm h^{-1}); h – potencial de pressão, sendo igual a carga hidráulica no topo da amostra (cm); L – comprimento da amostra (cm); V – volume de água coletado na proveta ou medido na bureta de Mariotte durante o tempo t (cm^3); A – área da seção transversal da amostra (cm^2); t – tempo necessário para coletar o volume de água (dia ou h).

Exemplo 5.5 – Determinar a condutividade hidráulica de um solo com o Método do permeâmetro de carga constante, dados: $L = 10 \text{ cm}$; $V = 150 \text{ cm}^3$, $t = 0,5 \text{ dia}$, $h = 5 \text{ cm}$, diâmetro do cilindro $D = 10 \text{ cm}$.

$$K_o = \frac{V \cdot L}{A \cdot t \cdot (h + L)}$$

$$A = \frac{\pi \cdot D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 78,54 \text{ cm}^2$$

$$H = h + L = 5 + 10 = 15 \text{ cm}$$

$$K_o = \frac{150 \cdot 10}{78,54 \cdot 0,5 \cdot (5 + 10)} = 2,55 \text{ cm dia}^{-1}$$

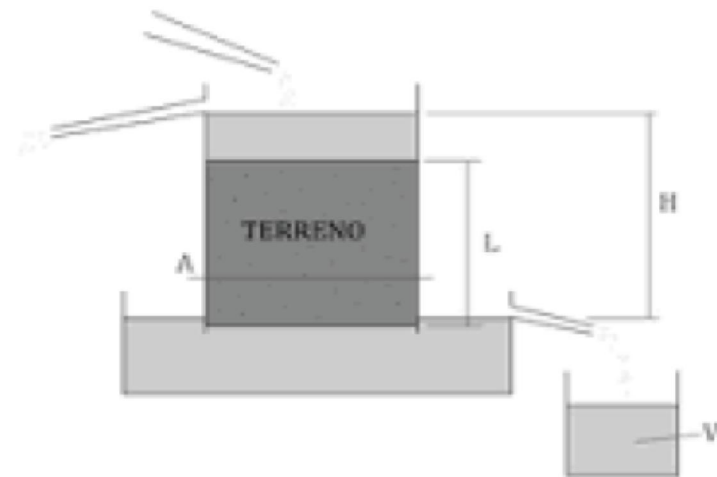
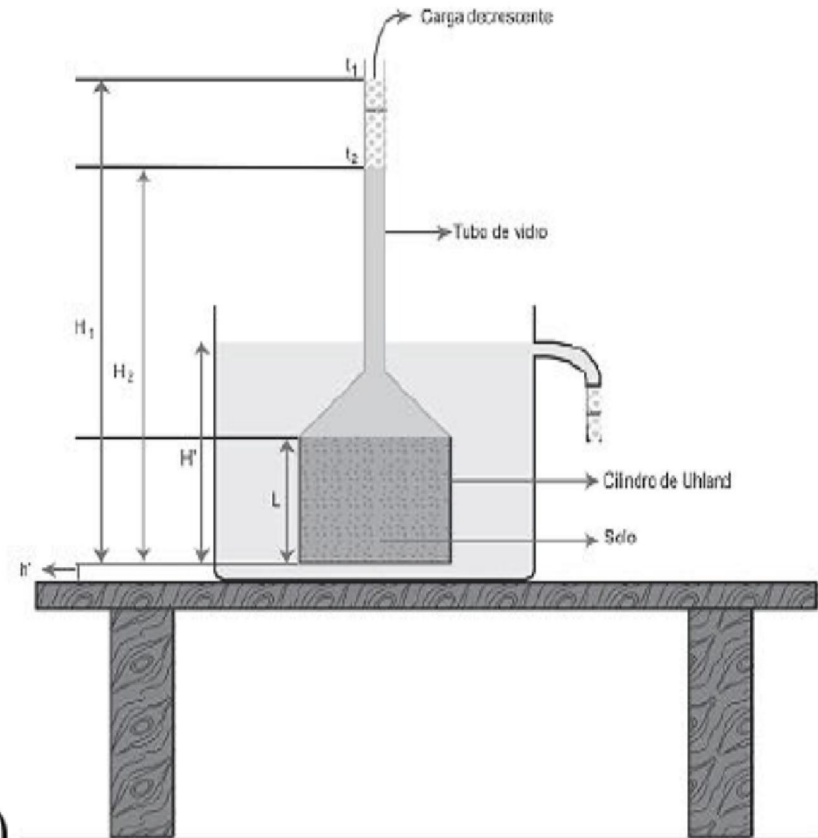


Figura 5.6 – Permeâmetro de carga constante

b) Permeâmetro de carga decrescente ou variável
($K_o < 2 \cdot 10^{-3} \text{ mm s}^{-1}$)

$$K_o = \frac{a \cdot L}{A \cdot (t_2 - t_1)} \cdot \ln \left(\frac{H_1}{H_2} \right)$$



(b)

Sendo: K_o – condutividade hidráulica saturada do solo (mm dia^{-1} , mm h^{-1} ou cm s^{-1}); a – área da seção transversal do tubo de vidro ou haste do funil em que se mede H (cm^2); A – área da seção transversal da coluna de solo (cm^2); L – comprimento da amostra de solo (mm ou cm); $(t_2 - t_1)$ ou Δt – intervalo de tempo para que a diferença de potencial total entre os extremos da amostra diminua de H_1 para H_2 (dia, h ou s).

4 AJUSTAMENTO DA FUNÇÃO PARA ESTIMAR A $K(\theta)$

- Ajuste direto: Pares de valores $K(\theta)$ vs θ ;
- Ajuste indireto: Teorias para prever a função $K(\theta)$ utilizando parâmetros do solo.

4.1 Ajuste de funções diretamente

$$K(\theta) = a \cdot e^{b \cdot (\theta - \theta_s)}$$

Sendo: $K(\theta)$ – condutividade hidráulica não saturada; θ – umidade volumétrica ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$); θ_s – umidade volumétrica na saturação ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$); a e b – coeficientes da equação.

Para encontrar os coeficientes a e b da equação, é necessário realizar o processo de linearização, que é apresentado a seguir aplicando-se logaritmo natural:

$$K(\theta) = a \cdot e^{b \cdot (\theta - \theta_s)}$$

$$\ln K(\theta) = \ln (a \cdot e^{b \cdot (\theta - \theta_s)})$$

$$\ln K(\theta) = \ln a + \ln (e^{b \cdot (\theta - \theta_s)})$$

$$\ln K(\theta) = \ln a + b \cdot (\theta - \theta_s)$$

Fazendo:

$$y = \ln K(\theta) \quad a_0 = \ln a \quad a_1 = b \quad x = \theta - \theta_s$$

Tem-se a equação exponencial linearizada:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x$$

Para realizar a análises de regressão linear, conforme o Método dos mínimos quadrados, os valores a_0 e a_1 são determinados com as expressões:

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (5.1)$$

$$a_1 = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (5.2)$$

Sendo: y_i – i -ésimo valor da variável Y ; x_i – i -ésimo valor da variável X ; a_0 – coeficiente linear da reta; a_1 – coeficiente angular da reta; n – número de pares de pontos do teste.

Obtidos os valores de a_0 e a_1 , determina-se a e b , retornando-se à equação exponencial de origem. O valor de a e b são obtidos fazendo:

$$a_0 = \ln a \quad \rightarrow \quad a = \text{antilog } a_0 \quad \rightarrow \quad a = e^{a_0}$$

$$a_1 = b \quad \rightarrow \quad \text{então, } b = a_1$$

Na literatura são encontradas outras equações exponenciais apresentadas de forma diferente da equação exponencial apresentada anteriormente, mas o resultado matemático é sempre o mesmo:

$$K(\theta) = K_o e^{\gamma \cdot (\theta - \theta_s)} \quad \text{ou} \quad K(\theta) = K_o \cdot \exp [\gamma (\theta - \theta_s)] \quad \text{ou} \quad K(\theta) = K_o 10^{\beta \cdot (\theta - \theta_s)}$$

Exemplo 5.6 – Considerando os dados de umidade volumétrica (θ) e condutividade hidráulica $K(\theta)$ que foram coletados em um experimento (Tabela 5.1), faça o ajuste dos mesmos utilizando a equação exponencial do tipo $K(\theta) = a \cdot e^{b \cdot (\theta - \theta_s)}$, sabendo que $\theta_s = 0,55 \text{ m}^3 \text{ m}^{-3}$:

i) Faça a linearização dos dados empregando logaritmo natural:

$$\ln K(\theta) = \ln a + b \cdot (\theta - \theta_s)$$

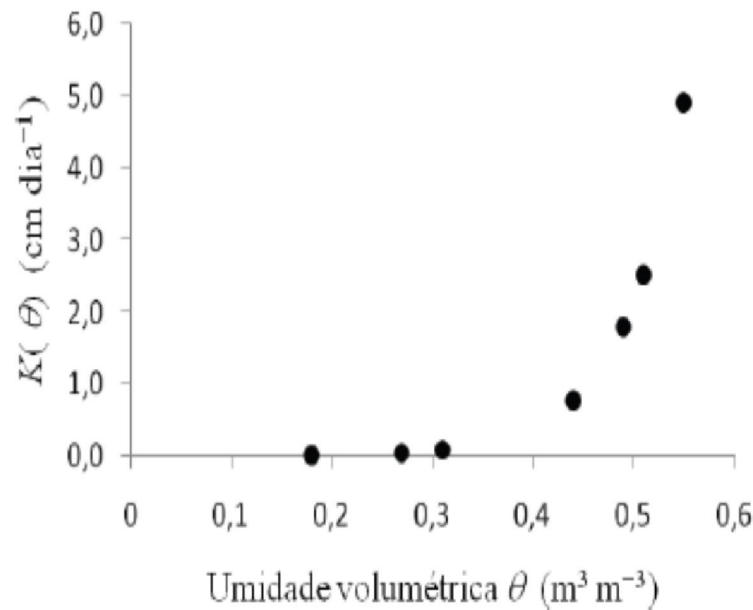
$$y = \ln K(\theta) \quad a_0 = \ln a \quad a_1 = b \quad x = \theta - \theta_s$$

Tabela 5.1. Dados do experimento em que obtiveram pares de valores θ vs $K(\theta)$.

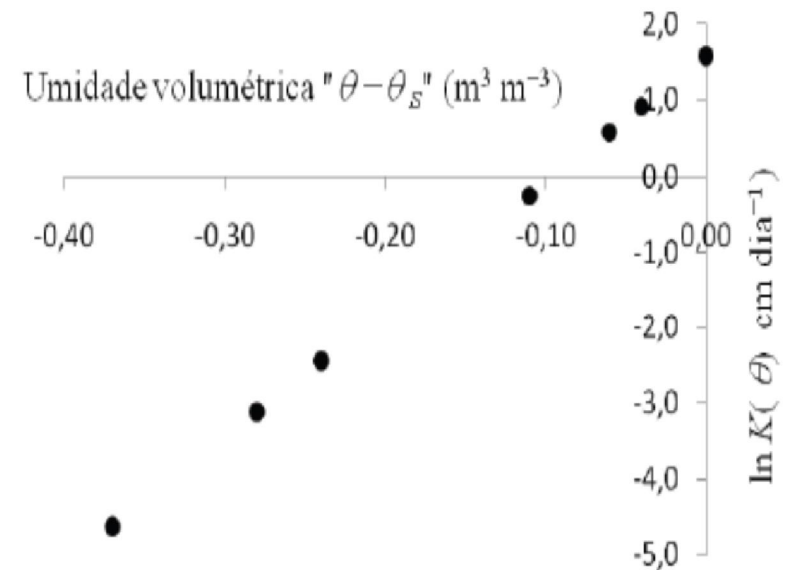
θ_i ($\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$)	$K(\theta_i)$ (cm dia^{-1})	$x_i = \theta_i - \theta_{s,i}$	$y_i = \ln K(\theta_i)$	x_i^2	$x_i \cdot y_i$
0,18	0,010	-0,3700	-4,6247	0,1369	1,7111
0,27	0,044	-0,2800	-3,1127	0,0784	0,8716
0,31	0,087	-0,2400	-2,4407	0,0576	0,5858
0,44	0,774	-0,1100	-0,2567	0,0121	0,0282
0,49	1,792	-0,0600	0,5833	0,0036	-0,0350
0,51	2,507	-0,0400	0,9193	0,0016	-0,0368
0,55	4,910	0,0000	1,5913	0,0000	0,0000
Total		-1,1000	-7,3411	0,2902	3,1250

ii) Verifique se ocorreu linearização dos dados:

Conforme Figura 5.7a, contendo os dados originais θ vs $K(\theta)$, e Figura 5.7b, contendo os dados transformados " $\theta - \theta_s$ " vs $\ln K(\theta)$, verifica-se visualmente que os dados realmente foram linearizados.



(a)



(b)

Figura 5.7 – Diagrama de dispersão: (a) Dados originais θ vs $K(\theta)$; e, (b) Dados transformados " $\theta - \theta_s$ " vs $\ln K(\theta)$.

iii) Encontre os coeficientes a_0 e a_1 da reta de regressão linear:

– Número de pares de valores “ $\theta - \theta_s$ ” vs $\ln K(\theta)$: $n = 7$

– Cálculo dos valores de a_0 e a_1 com as Equações 5.2 e 5.1, respectivamente:

$$a_1 = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i) - \sum_{i=1}^n x_i \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2} = \frac{(7 \cdot 3,125) - [(-1,1) \cdot (-7,3411)]}{(7 \cdot 0,2902) - (-1,1)^2} = 16,8$$

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a_1 \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{-7,3411 - [(16,8) \cdot (-1,1)]}{7} = 1,5913$$

$$y = a_0 + a_1 \cdot x \rightarrow y = 1,5913 + 16,8 \cdot x$$

iv) Faça a deslinearização e encontre os coeficientes da equação exponencial original:

Obtidos os valores de a_0 e a_1 , determina-se a e b , retornando-se à equação exponencial de origem:

$$a_0 = \ln a \rightarrow a = \text{antilog } a_0 \rightarrow a = e^{1,5913} = 4,91$$

$$a_1 = b \rightarrow \text{então, } b = 16,8$$

Assim, a equação exponencial que estima a $K(\theta)$ será:

$$K(\theta) = 4,91 \cdot e^{16,8 \cdot (\theta - \theta_s)} \quad (\text{cm dia}^{-1}) \quad (5.3)$$

4.2 Ajuste de funções indiretamente

Van Genuchten (1980) combinou a equação que ajusta a CRAS com o modelo de Mualem (1976) para estimar a $K(\theta)$, obtendo-se a expressão:

$$K(\theta) = K_o \cdot \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\ell^*} \cdot \left[1 - \left(1 - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{\frac{1}{m}} \right)^m \right]^2$$

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{(1 + |\alpha \psi_m|^n)^m}$$

$$m = 1 - \frac{1}{n}$$

Sendo: $K(\theta)$ – condutividade hidráulica não saturada (mm dia^{-1}); K_o – condutividade hidráulica do solo saturado (mm dia^{-1}); ℓ^* – parâmetro empírico estimado por Mualem (1976), valendo aproximadamente 0,5 para a maioria dos solos; θ – umidade volumétrica em que se encontra o solo ($\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$); θ_r – umidade volumétrica residual ($\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$); θ_s – umidade volumétrica na saturação ($\text{m}^3 \text{ m}^{-3}$); ψ_m – potencial matricial da água no solo; m , n e α – coeficientes ajustados a partir da equação de Van Genuchten (1980).

Exemplo 5.8 – Para a mesma coluna vertical de solo apresentada na Figura 5.8, determine a condutividade hidráulica do solo (K), considerando que a altura do recipiente no experimento foi baixada e disposta em 1,0 m. Dados: $A = 100 \text{ cm}^2$; $L = 50 \text{ cm}$; $V = 488 \text{ cm}^3$, coletado em um dia.

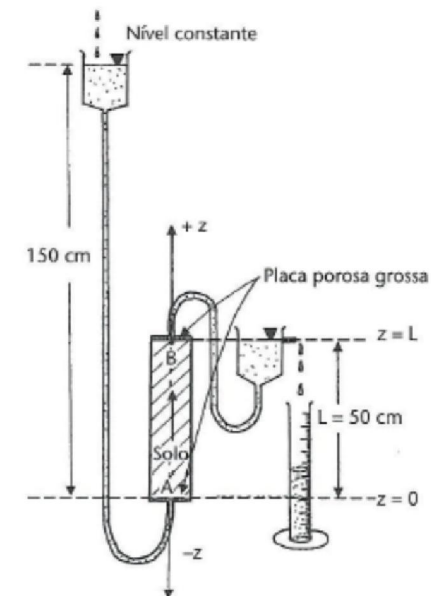
$$q = \frac{V}{A \cdot t} = -K_o \cdot \left(\frac{H_B - H_A}{L} \right)$$

$$q = \frac{V}{A \cdot t} = \frac{488}{100 \cdot 1} = 4,88 \text{ cm dia}^{-1}$$

$$H_A = z_A + h_A = 0 + 100 = 100 \text{ cm H}_2\text{O}$$

$$H_B = z_B + h_B = 50 + 0 = 50 \text{ cm H}_2\text{O}$$

$$4,88 = K_o \cdot \left(\frac{50 - 100}{50} \right) \quad \rightarrow \quad K_o = 4,88 \text{ cm dia}^{-1}$$



Exemplo 5.9 – Conforme a Figura 5.9 (coluna horizontal de solo), determine a condutividade hidráulica do solo (K), sabendo: $A = 100 \text{ cm}^2$; $L = 50 \text{ cm}$; $V = 588 \text{ cm}^3$, altura do recipiente de entrada = 0,8 m; altura do recipiente de saída = 0,20 m; coletado em um dia.

$$H_A = z_A + h_A = 0 + 80 = 80 \text{ cm H}_2\text{O}$$

$$H_B = z_B + h_B = 0 + 20 = 20 \text{ cm H}_2\text{O}$$

$$\nabla H = \frac{20 - 80}{50} = -1,2 \text{ cm cm}^{-1}$$

$$q = \frac{588}{100 \cdot 1} = 5,88 \text{ cm dia}^{-1} \text{ (medido na proveta)}$$

$$K_o = \frac{5,88}{1,2} = 4,9 \text{ cm dia}^{-1}$$

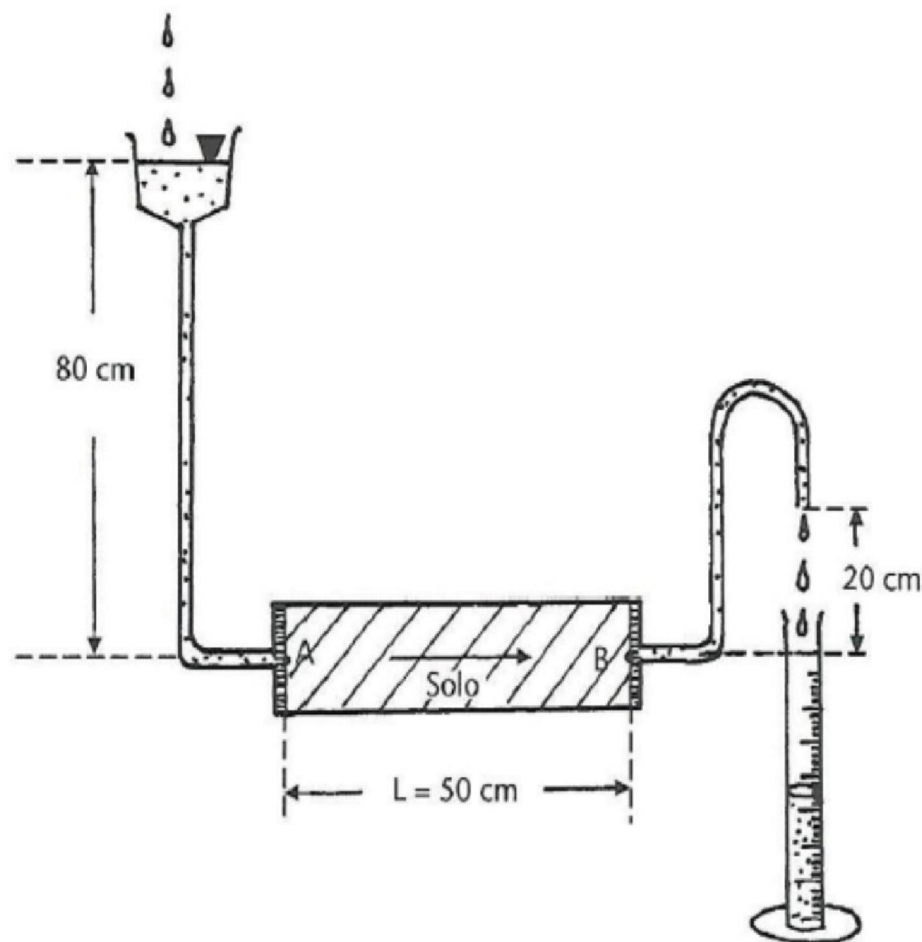


Figura 5.9 – Fluxo saturado de água no solo, com coluna horizontal.

Exemplo 5.10 – No experimento disposto na Figura 5.10 tem-se o fluxo não saturado de água no solo, estudado com uma coluna horizontal. Considerações sobre o experimento:

– O experimento é difícil de ser realizado, o solo fica aerado e a evaporação precisa ser controlada;

– O recipiente do lado *A* (direita) é elevado para ocorrer pressão positiva no ponto *A*. O recipiente do lado *B* (esquerda) fica mantido no nível do ponto *B*;

– O solo é quase saturado, o fluxo (q) se estabelece e os recipientes dos lados *A* e *B* são dispostos na posição definitiva (Figura 5.10);

– Como o solo não está saturado o fluxo é muito lento e ocorre do ponto *B* para o *A*. O equilíbrio é atingido após longo tempo (semanas, meses), evoluindo para o equilíbrio dinâmico;

– A água se move do ponto *B* para o ponto *A*, e a gravidade g não afeta o processo, pois a coluna se encontra na horizontal (afetaria se fosse na vertical).

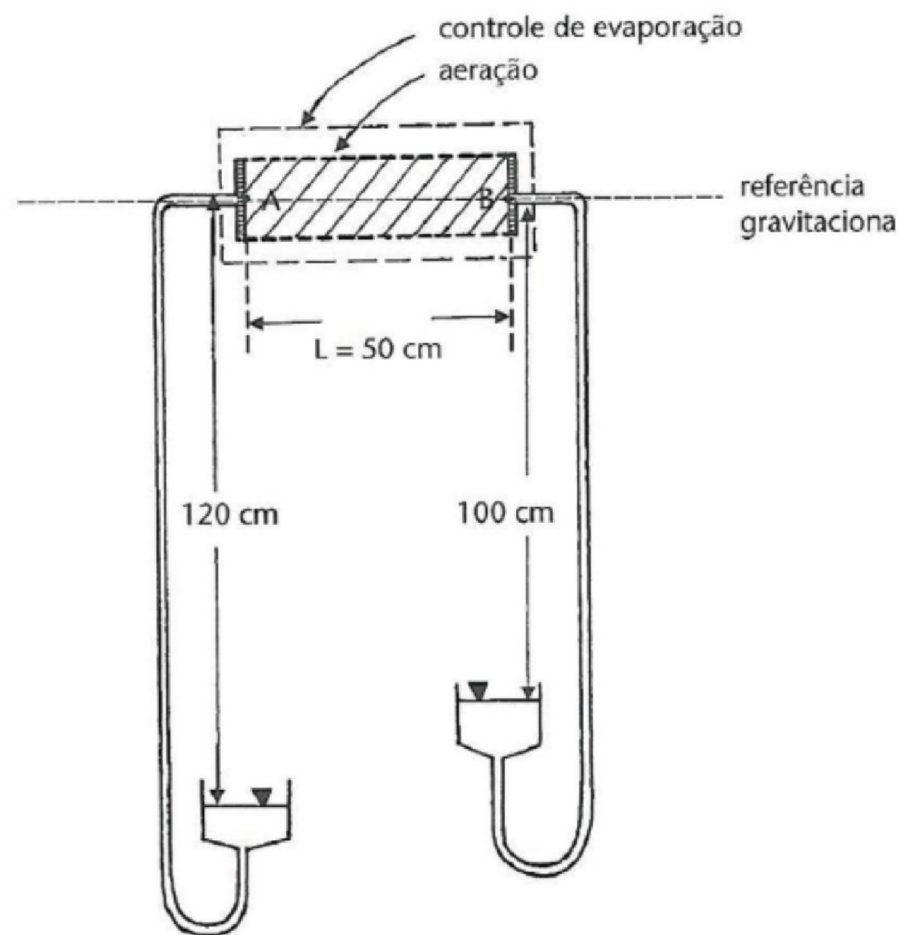


Figura 5.10 – Fluxo não saturado de água no solo, com coluna horizontal.

Exemplo 5.11 – Determinar a condutividade hidráulica não saturada $K(\theta)$ para o experimento da Figura 5.10, sabendo que no final do teste, com a ocorrência do equilíbrio, foram medidos: $\theta = 0,481 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$; $V = 420 \text{ cm}^3$ em uma semana; $A = 100 \text{ cm}^2$.

$$H_A = 0 - 120 = -120 \text{ cm H}_2\text{O}$$

$$H_B = 0 - 100 = -100 \text{ cm H}_2\text{O}$$

$$\text{grad } H = \frac{-120 - (-100)}{50} = -\frac{20}{50} = -0,4 \text{ cm cm}^{-1}$$

$$q = \frac{420}{100 \cdot 7} = 0,6 \text{ cm dia}^{-1}$$

$$K(\theta) = K(0,481) = \frac{0,6}{0,4} = 1,5 \text{ cm dia}^{-1}$$

– A $K(\theta) = 1,5 \text{ cm dia}^{-1}$, valor muito parecido quando se substitui $\theta = 0,481 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$ na Equação 5.3 (sabendo-se que $\theta_s = 0,55 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$) obtida para o mesmo tipo de solo que se encontra no interior da coluna horizontal (Figura 5.10):

$$K(\theta) = 4,91 e^{16,8 \cdot (\theta - \theta_s)} \rightarrow K(\theta) = 4,91 e^{16,8 \cdot (0,481 - 0,55)} = 1,54 \text{ cm dia}^{-1}$$

Exemplo 5.12 – Dois tensiômetros foram instalados nos pontos A e B (Figura 5.11a) de uma coluna de solo horizontal. Deseja-se determinar o fluxo (q) de água entre A e B . Obs.: O solo é o mesmo em que foram obtidas as equações exponenciais trabalhadas no exemplo anteriormente; e, a CCAS é apresentada na Figura 5.11b.

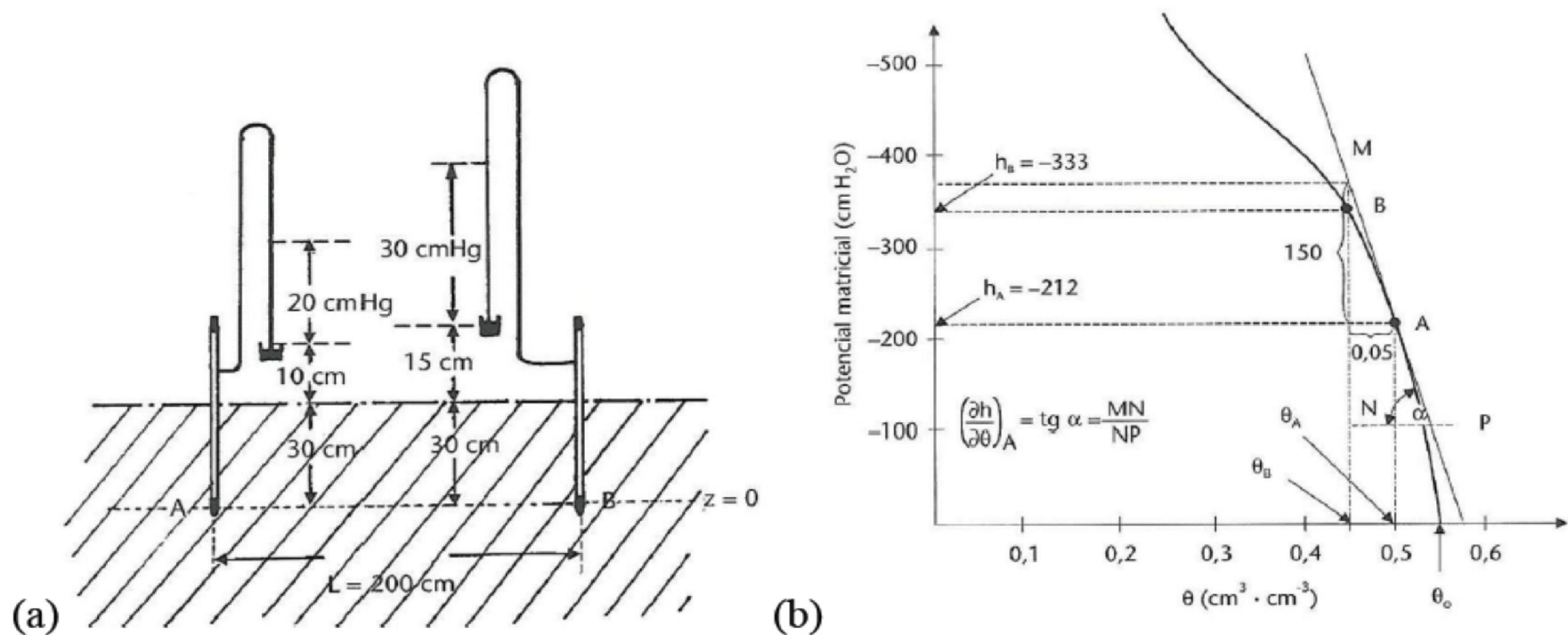


Figura 5.11 – (a) Tensiômetro indicando fluxo horizontal em coluna de solo; e, (b) Curva característica do solo em que os tensiômetros se encontram instalados.

– Cálculo do potencial matricial (ψ_m):

$$h(A) = -13,6 \cdot h + h + h_1 + h_2 = -13,6 \cdot 20 + 20 + 10 + 30 = -212 \text{ cm } H_2O$$

$$h(B) = -13,6 \cdot h + h + h_1 + h_2 = -13,6 \cdot 30 + 30 + 15 + 30 = -333 \text{ cm } H_2O$$

– Determinação do potencial hidráulico nos pontos A e B (Adotou-se como referência a linha que une os pontos: $\psi_g = 0$):

$$H_A = h_A + 0 = -212 \text{ cm H}_2\text{O}$$

$$H_B = h_B + 0 = -333 \text{ cm H}_2\text{O}$$

– Na curva característica do solo (Figura 5.11b) encontra-se os valores de umidade nos pontos A , B e θ_s :

$$\theta_A = 0,50 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$\theta_B = 0,45 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$$

$$\theta_s = 0,55 \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3}$$

– Para os valores de θ_A e θ_B , encontra-se os correspondentes valores de $K(\theta)$ aplicando-se as equações exponenciais:

Para o ponto A :

$$K(\theta) = 4,91 e^{16,8 \cdot (\theta - \theta_s)} \rightarrow K(\theta) = 4,91 e^{16,8 \cdot (0,50 - 0,55)} = 2,12 \text{ cm dia}^{-1}$$

Para o ponto B :

$$K(\theta) = 4,91 e^{16,8 \cdot (\theta - \theta_s)} \rightarrow K(\theta) = 4,91 e^{16,8 \cdot (0,45 - 0,55)} = 0,915 \text{ cm dia}^{-1}$$

– $K(\theta)$ médio será:

$$\bar{K}_1 = \frac{K(\theta_A) + K(\theta_B)}{2} = \frac{2,12 + 0,915}{2} = 1,51 \text{ cm dia}^{-1}$$

– Cálculo do fluxo médio entre os tensiômetros (\bar{q})

$$\bar{q} = -\bar{K}_1 \cdot \frac{(H_B - H_A)}{2} = -1,51 \cdot \frac{[-333 - (-212)]}{200} = 0,91 \text{ cm dia}^{-1}$$

6 EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

- Equação de **Darcy**: insuficiente para estudo da dinâmica da água no solo;
- Umidade volumétrica em função do tempo, em relação à x , y e z ;

$$\theta = \theta(x, y, z, t), \text{ em qualquer condição}$$

6.1 Desenvolvimento da equação da continuidade

- Elemento de volume (ΔV) de solo, em torno do ponto M , no perfil do solo (**Figura 5.12**);

A densidade de fluxo (q) que entra em ΔV , por ser um vetor, pode ser decomposta nas direções x , y e z , resultando no módulo q_x , q_y e q_z , em que q_x é a densidade de fluxo que entra em ΔV na direção x (volume de água por unidade de tempo e de área).

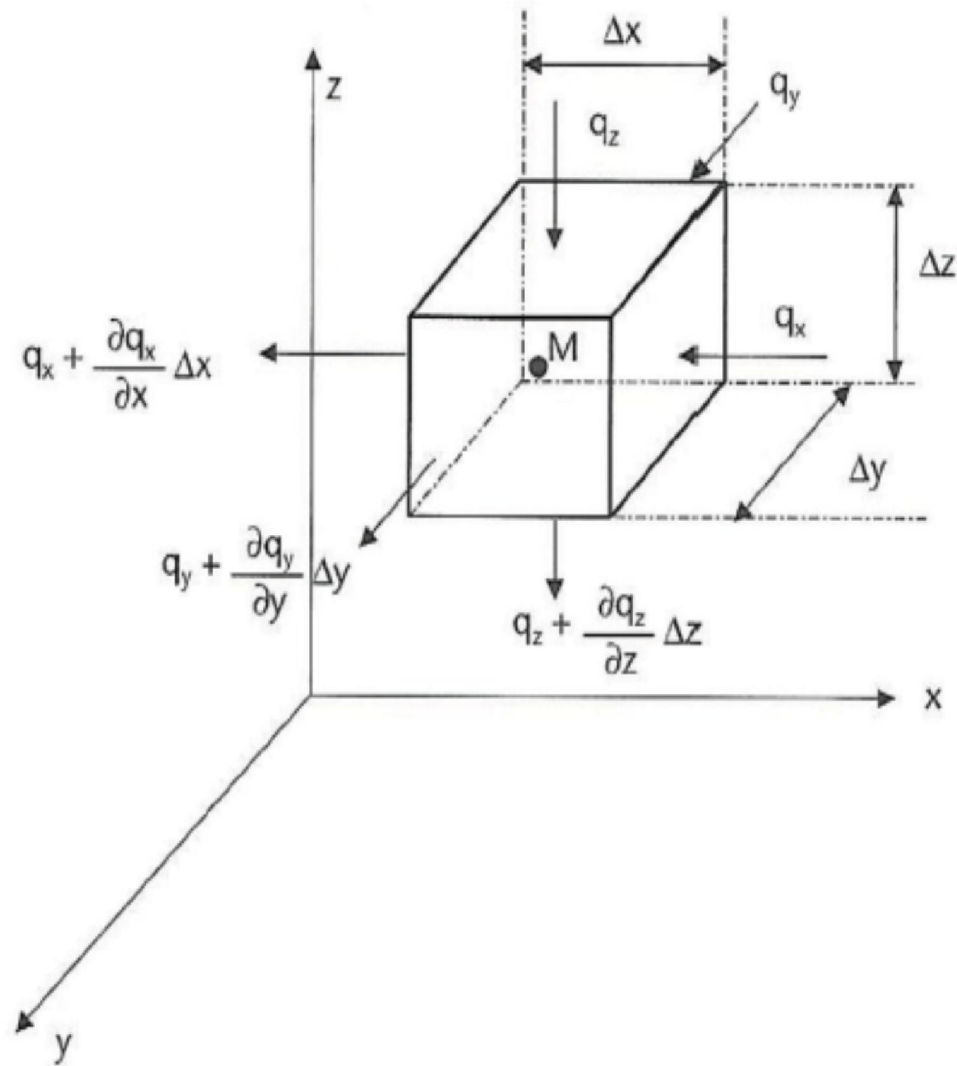


Figura 5.12 – Elemento de volume contendo um ponto genérico M , em um perfil de solo.

– A quantidade (volume) de água V_x que entra na face $\Delta y \cdot \Delta z$ (perpendicular a x) por Δt é o fluxo $q_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$:

Como $q = \frac{V}{A \cdot t}$, para o elemento de volume na direção x tem-se: $q_x = \frac{V_x}{(\Delta y \cdot \Delta z) \cdot \Delta t}$

Assim,

$$\text{Vazão que entra} = \frac{V_x}{\Delta t} = q_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

– Considerando que pode haver variação em q_x ao longo da direção x , tem-se:

$$q'_x = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \Delta x$$

Sendo: q'_x – densidade de fluxo que sai pela face oposta do elemento de volume, na direção x ; q_x – densidade de fluxo que entra em ΔV na direção x ; $\frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \Delta x$ – variação total ao longo de Δx .

– A quantidade (volume) de água V'_x que sai na face $\Delta y \cdot \Delta z$ (perpendicular a x) por Δt é determinada por:

$$\text{Vazão que sai} = \frac{V'_x}{\Delta t} = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \Delta x \right) \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

– A variação (diferença) da quantidade (volume) de água no elemento de volume por unidade de tempo na direção x fica:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = \frac{\Delta V_x}{\Delta t} = \frac{V_x}{\Delta t} - \frac{V'_x}{\Delta t}$$

Assim,

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = q_x \cdot \Delta y \cdot \Delta z - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \Delta x \right) \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = - \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

Como $\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} = - \frac{\partial q_x}{\partial x} \cdot \Delta V$$

– Por analogia para as direções y e z , tem-se:

$$\frac{\partial V_y}{\partial t} = - \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot \Delta y \cdot \Delta x \cdot \Delta z = - \frac{\partial q_y}{\partial y} \cdot \Delta V$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} = - \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot \Delta z \cdot \Delta x \cdot \Delta y = - \frac{\partial q_z}{\partial z} \cdot \Delta V$$

– E a variação total $\partial V / \partial t$, no elemento ΔV será a soma das três dimensões:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \cdot \Delta V$$

– O elemento de volume ΔV não tem tamanho definido, assim é oportuno calcular a variação da quantidade de água por unidade de volume, dividindo ambos os lados por ΔV :

$$\frac{\partial V}{\partial t} \cdot \frac{1}{\Delta V} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \cdot \frac{\Delta V}{\Delta V}$$

Como $\theta = \frac{\text{volume de solução}}{\text{volume total do solo}} = \frac{V_L}{V_T}$, substituindo tem-se a Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right)$$

– A Equação da Continuidade pode ser aplicada nos casos da água se movendo em material poroso. Logo, para:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial q_x}{\partial x}$$

A equação indica que no ponto M a variação de θ no tempo t é igual a variação do fluxo q_x na direção x ;

- Apenas quando q_x varia em x , a umidade volumétrica θ varia com o tempo;
- Se q_x varia em x e entra mais água em ΔV do que sai, a umidade volumétrica θ aumenta;
- Se q_x varia em x e sai mais água em ΔV do que entra, a umidade volumétrica θ diminui;
- O equilíbrio dinâmico ocorre se a quantidade de água que entra em ΔV é igual a que sai em ΔV . Logo, q_x não varia:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$$

5 REFERÊNCIAS

KIRKHAM, M. B. **Principles of soil and plant water relations.** California: Library of Congress Cataloging-in-Publication Data, 2005. 484p.

LIBARDI, P. L. **Dinâmica da água no solo.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2005. 329p.

REICHARDT, K. **A água em sistemas agrícolas.** São Paulo: Manole, 1986. 188p.

REICHARDT, K.; TIMM, L. C. **Solo, planta e atmosfera: conceitos, processos e aplicações.** Barueri: Manole, 2012. 500 p.

FIM