

MODELOS PARA CURVA DE RETENÇÃO DE ÁGUA NO SOLO: ANÁLISE MULTIVARIADA PARA CRITÉRIO DE SELEÇÃO

SANTOS, A. A.¹; VIANA, J. L.¹; AULER, A. C.²; SOUZA, J. L. M.²

¹Pós-Graduação em Ciência do Solo, UFPR; ²Professor, DSEA/SCA/UFPR.

RESUMO

Teve-se por objetivo no presente estudo avaliar os critérios (coeficientes, índice e erros) para seleção de modelos de melhor ajuste à curva de retenção de água no solo (CRAS). Nas análises foram ajustados os modelos Van Genuchten, Dexter e Ross com dados médios e repetições, em solos de três diferentes localidades entre Irati e Ponta Grossa, do Estado do Paraná. Para critério de seleção foi realizada análise de componentes principais, com atributos físicos, carbono orgânico e coeficientes, índice e erros: coeficiente de correlação (r), coeficiente de determinação (R^2), índice de concordância (d), raiz quadrada do erro quadrado médio ($RMSE$), razão entre $RMSE$ e desvio padrão (RSR), e normalização da raiz quadrada do erro quadrado médio ($NRMSE$). A validação do critério de seleção dos modelos CRAS foi realizada mediante análise discriminante linear. Dentre os critérios testados, RSR e $NRMSE$ foram mais adequados para seleção do modelo de melhor ajuste à CRAS. Na análise discriminante, o $NRMSE$ foi mais adequado para seleção do modelo de melhor ajuste à CRAS, conforme textura e camada de solo. Para os solos estudados, o melhor modelo de ajuste à CRAS (Van Genuchten, Dexter e Ross) dependeu da textura do solo, mas não da profundidade da camada. Os ajustes mais adequados foram: modelo Dexter para solos de texturas Franco-Argilo-arenosa e Argilo-siltosa, e modelo Van Genuchten para a textura Argilo-arenosa.

Palavras-chave: física do solo; $SWRC$; índices e erros; análise discriminante.

INTRODUÇÃO

As propriedades hidráulicas regulam a disponibilidade e transmissão de água nos solos, e a retenção de água no solo pode ser quantificada por intermédio da curva de retenção de água no solo (CRAS). A CRAS afeta a produtividade das plantas e a forma de manejo do solo, sendo forte indicador de qualidade física do solo. Desta forma, o estudo e análise da CRAS e os efeitos do uso da terra sobre a mesma são essenciais para a adequada gestão dos recursos hídricos e solo (D’Emilio et al., 2018; Bolotov et al., 2019).

A obtenção da CRAS pode ser realizada de forma tradicional em laboratório, utilizando-se de diferentes metodologias, dentre as quais tem-se o método da centrifuga (Silva & Azevedo, 2002), mesa de tensão ou câmaras de pressão (Richards, 1965), bem como podem ser estimada com modelos matemáticos ajustados, como Van Genuchten, Ross e Dexter (Van Genuchten, 1980; Ross et al., 1991; Dexter et al., 2008; Ghezzehei et al., 2019).

Para comparação do desempenho entre metodologias ou modelos matemáticos ajustados, tem-se na literatura a predominância do uso do coeficiente de correlação (r), coeficiente de determinação (R^2) e índice de concordância (d) (Khlosi et al., 2008; Silva et al., 2008; Dexter et al., 2008; D’Emilio et al., 2018; Vahedifard et al., 2018; Abkenar, 2019). Contudo, existe a possibilidade dos resultados obtidos com os coeficientes (r e R^2) e índice (d) não sejam suficientes para identificar e selecionar o melhor modelo. Diante disto, acredita-se que o pacote “*hydroGOFF*” (Zambrano-Bigiarini, 2017), contendo a função “GOFF”, proporcione melhor condição de análise para seleção de modelos de ajustes de curvas, visto que tem disponível outros índices e erros, como a raiz quadrada do erro quadrado médio ($RMSE$), razão entre $RMSE$ e desvio padrão (RSR), e normalização da raiz quadrada do erro quadrado médio ($NRMSE$).

Diante da importância da CRAS e necessidade de seleção dos modelos de melhor ajuste aos dados medidos, teve-se por objetivo no presente estudo avaliar os critérios (coeficientes, índice e erros) para seleção de modelos de melhor ajuste a curva de retenção de água no solo (CRAS).

MATERIAL E MÉTODOS

Os modelos matemáticos de Van Genuchten (1980; Equação 1), Dexter (2008; Equação 2) e Ross et al. (1991; Equação 3) foram utilizados para obtenção da CRAS, fazendo-se o ajuste entre os dados experimentais de umidade do solo (θ ; $m^3 m^{-3}$) vs potencial matricial da água no solo (Ψ_m ; kPa). As CRAS’s foram obtidas com dados médios e repetições. Para parametrização dos modelos utilizou-se a função “*fitsoilwater*” para estimativa da umidade do solo ($\theta_{estimado}$), e função “*soilwater*” do pacote “*Soilphysic*” versão 4.0 (Silva & Lima, 2020), *software* R, versão 3.6.0 (Rstudio Team, 2020).

$$\theta = \theta_r + \frac{(\theta_s - \theta_r)}{[(1 + \alpha \cdot \Psi_m)^n]^m} \quad (1)$$

$$\theta = \theta_r + a_1 \cdot \exp\left(\frac{-\Psi_m}{p_1}\right) + a_2 \cdot \exp\left(\frac{-\Psi_m}{p_2}\right) \quad (2)$$

$$\theta = a \cdot (\Psi_m)^c \quad (3)$$

Sendo: θ – Conteúdo de água do solo ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$); θ_r – Conteúdo de água residual ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$); θ_s – Conteúdo de água na saturação ($\text{m}^3 \text{m}^{-3}$); Ψ_m – potencial matricial (kPa, Pa e Psi); α – Parâmetro do modelo Van Genuchten (kPa^{-1}); p_1 e p_2 – Parâmetros do modelo Ross (kPa); a_1 , a_2 e a – Parâmetros dos modelos Dexter e Ross ($\text{cm}^3 \text{cm}^{-3}$); n , m e c – Parâmetros dos modelos Van Genuchten e Dexter (adimensional).

Os dados utilizados na parametrização e seleção dos modelos foram provenientes das pesquisas realizadas por Auler (2020, 2018 e 2017), no Estado do Paraná, contemplando dois (*Cfa* e *Cfb*) dos nove principais tipos climáticos brasileiros, conforme classificação Köppen, e três diferentes tipos de solo (Figura 1). Alvares et al. (2013) citam que o clima *Cfa* apresenta boa distribuição de chuvas ao longo do ano, média de 1500 mm ano^{-1} , e temperatura média anual de $19 \text{ }^\circ\text{C}$. O clima *Cfb* apresenta precipitações bem distribuídas ao longo do ano, superiores a 1200 mm ano^{-1} e verões amenos, com temperatura média anual de $17 \text{ }^\circ\text{C}$. As localidades analisadas apresentaram texturas Franco-argilo-arenosa (FAA), Argilo-arenosa (AA) e Argilo-siltosa (AS). No presente estudo, foram consideradas, diferentes profundidades e potenciais matriciais (Tabela 1).

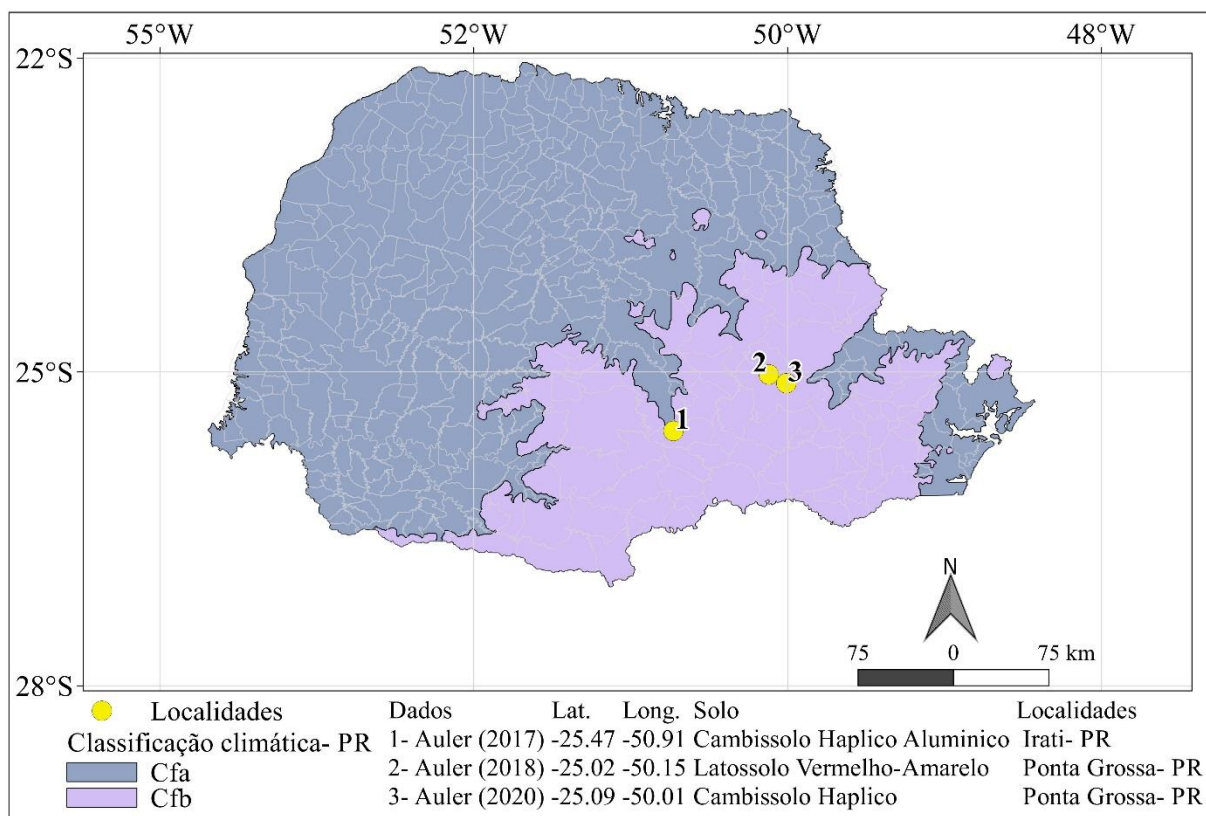


Figura 1 – Localidades analisadas, posicionamento geográfico, solos e climas subtropicais característicos das regiões paranaenses.

Tabela 1. Textura, profundidade e potencial matricial (Ψ_m) dos solos analisados no estudo de Auler (2017, 2018 e 2020).

Estudo	Textura	Profundidades (m)	Ψ_m (kPa)
Auler (2020)	FAA ⁽¹⁾	0,00-0,10	-2; -4; -6; -8; -10; -30; -50; -400; e -700
		0,10-0,20	
Auler (2018)	AA ⁽²⁾	0,00-0,05	-1; -3; -6; -10; -30; -60; -100; -400; e -700
		0,05-0,10	
		0,10-0,20	
		0,20-0,40	
Auler (2017)	AS ⁽³⁾	0,00-0,10	-1; -2; -4; -6; -8; -10; -33; -100; -500; e -1500
		0,10-0,20	

Texturas dos solos analisados: ⁽¹⁾ Franco-argilo-arenosa (FAA); ⁽²⁾ Argilo-arenosa (AA); e, ⁽³⁾ Argilo-siltosa (AS).

Foram considerados os ajustes em que os parâmetros dos modelos foram significativos a 5% de probabilidade pelo teste t .

Com o pacote “*hydroGOF*” (versão 0.04; Zambrano-BigiarinI, 2017) e função “*GOFF*” do *software* R (versão 3.6.0; Rstudio Team, 2020) foram realizadas as comparações entre as umidades do solo estimadas ($\theta_{estimado}$) e observadas ($\theta_{observado}$), considerando-se os dados das repetições e médios. Os coeficientes de correlação (r ; adimensional; Equação 4) e determinação (R^2 ; adimensional; Equação 5), e concordância (d ; adimensional; Equação 6) de Willmott (1982) foram escolhidos por serem os mais utilizados para avaliar a qualidade do ajuste de modelos de estimativa (Khlosi et al., 2008; Silva et al., 2008; Dexter et al., 2008; D’Emilio et al., 2018; Vahedifard et al., 2018; Abkenar, 2019). Para complementar os critérios de seleção dos melhores modelos de ajuste da CRAS, também foram considerados os erros: raiz quadrada do erro quadrado médio ($RMSE$; $m^3 m^{-3}$; Equação 7), a razão entre $RMSE$ e o desvio padrão (RSR; adimensional; Equação 8) e a normalização da raiz quadrado do erro quadrado médio ($NRMSE$; %; Equação 9).

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n [(\theta_{oi} - \bar{\theta}_o) \cdot (\theta_{ei} - \bar{\theta}_e)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\theta_{oi} - \bar{\theta}_o)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\theta_{ei} - \bar{\theta}_e)^2}} \quad (4)$$

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^n [(\theta_{oi} - \bar{\theta}_o) \cdot (\theta_{ei} - \bar{\theta}_e)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\theta_{oi} - \bar{\theta}_o)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\theta_{ei} - \bar{\theta}_e)^2}} \right)^2 \quad (5)$$

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n [(\theta_{oi} - \bar{\theta}_o) \cdot (\theta_{ei} - \bar{\theta}_e)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\theta_{oi} - \bar{\theta}_o)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\theta_{ei} - \bar{\theta}_e)^2}} \quad (6)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\theta_{oi} - \theta_{ei})^2} \quad (7)$$

$$RSR = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (\theta_{oi} - \theta_{ei})^2}}{Dp_{\theta_o}} \quad (8)$$

$$NRMSE = \frac{\sqrt{(\bar{\theta}_o - \bar{\theta}_e)^2}}{Dp_{\theta_o}} \cdot 100 \quad (9)$$

Sendo: r – coeficiente de correlação (adimensional); R^2 – coeficiente de determinação (adimensional); d – índice de concordância de Willmott (1982) (adimensional); $RMSE$ – raiz quadrada do erro quadrado médio ($m^3 m^{-3}$); RSR – razão entre $RMSE$ e o desvio padrão ($m^3 m^{-3}$); $NRMSE$ – normalização da raiz quadrado do erro quadrado médio (%); θ_{oi} – i -ésimo conteúdo de água no solo observado ($cm^3 cm^{-3}$); $\bar{\theta}_o$ – conteúdo médio de água no solo observado ($cm^3 cm^{-3}$); θ_{ei} – i -ésimo conteúdo de água no solo estimado ($cm^3 cm^{-3}$); $\bar{\theta}_e$ – conteúdo médio de água no solo estimado ($cm^3 cm^{-3}$); n – tamanho da amostra de dados; Dp_{θ_o} – Desvio padrão dos dados observados ($cm^3 cm^{-3}$).

A análise de componentes principais (ACP) foi realizada considerando os atributos físicos do solo (Tabela 2): areia, silte e argila ($g kg^{-1}$); densidade do solo (Ds ; $g cm^{-3}$); porosidade total (PT; $cm^3 cm^{-3}$); macroporosidade (Ma; $cm^3 cm^{-3}$); microporosidade (Mi; $cm^3 cm^{-3}$); e teores de carbono orgânico (CO; $g kg^{-1}$). Bem como os índices e erros testados. Para fazer a ACP utilizou-se a função “*prcomp*” e o pacote gráfico “*ggfortify*” (versão 0.4.11; Horikoshi et al., 2020), *software* R (versão 3.6.0; Rstudio Team, 2020).

Tabela 2. Atributos físicos do solo e teores de carbono orgânico, conforme a camada de solo.

Camada (m)	Textura	Areia	Silte	Argila	CO ⁽¹⁾	PT ⁽²⁾	Ma ⁽³⁾	Mi ⁽⁴⁾	Ds ⁽⁵⁾
		----- (g kg ⁻¹) -----			(g kg ⁻¹)	----- (cm ³ cm ⁻³) -----			(g cm ⁻³)
0,00-0,10		652	163	185	14,10	0,44	0,11	0,32	1,48
0,10-0,20		708	86	206	9,90	0,42	0,15	0,26	1,26
0,00-0,10	FAA ⁽⁶⁾	651	177	173	19,70	0,49	0,03	0,46	1,36
0,10-0,20		622	153	225	13,90	0,47	0,07	0,40	1,43
0,00-0,10		665	155	180	19,00	0,43	0,13	0,29	1,46
0,10-0,20		659	140	201	13,20	0,42	0,14	0,28	1,08
0,00-0,10	AA ⁽⁷⁾	48	461	491	30,98	0,57	0,1	0,47	1,08
0,10-0,20		37	418	545	19,26	0,57	0,12	0,46	1,00
0,00-0,10		30	443	527	30,25	0,60	0,10	0,50	1,03
0,10-0,20		22	504	475	21,75	0,59	0,11	0,48	1,24
0,00-0,05		497	116	387	31,00	0,5	0,11	0,39	1,24
0,05-0,10		500	93	407	26,70	0,48	0,11	0,37	1,31
0,10-0,20	AS ⁽⁸⁾	488	105	407	21,00	0,49	0,13	0,36	1,30
0,20-0,40		474	104	422	19,30	0,52	0,15	0,37	1,27
0,40-0,60		451	90	459	14,70	0,52	0,15	0,37	1,28

⁽¹⁾ CO – teores de carbono orgânico; ⁽²⁾ PT – porosidade total; ⁽³⁾ MA – macroporosidade; ⁽⁴⁾ MI – microporosidade; ⁽⁵⁾ Ds – densidade do solo; Texturas dos solos analisados: ⁽⁶⁾ Franco-argilo-arenosa (FAA); ⁽⁷⁾ Argilo-arenosa (AA); e, ⁽⁸⁾ Argilo-siltosa (AS).

Para validação do critério de seleção dos modelos utilizou-se a análise discriminante linear, fazendo-se a seleção de variável com a função “*stepclass*” do pacote “*klaR*” (Roever et al., 2020), no *software* R (versão 3.6.0; Rstudio Team, 2020).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Não foi possível a parametrização do modelo de Van Genuchten com as texturas AS e FAA. O parâmetro de escala α do modelo Van Genuchten foi o mais restritivo na parametrização, dificuldade de ajuste também constatada por Mello et al. (2005) em parametrização semelhante com o modelo. Os modelos Dexter e Ross, ajustaram-se às texturas e profundidades analisadas. Mediante os resultados obtidos, apenas os modelos com parâmetros significativos foram considerados, conforme as camadas de solo (Tabela 3).

Os coeficientes (r e R^2) e índice (d) mais utilizados na literatura (Khlosi et al., 2008; Silva et al., 2008; Dexter et al., 2008; D’Emilio et al., 2018; Vahedifard et al., 2018; Abkenar, 2019) para verificar a associação entre os respectivos valores de $\theta_{estimado}$ vs $\theta_{observado}$, (Tabela 3) não se mostraram adequados para evidenciar o(s) modelo(s) de melhor ajuste à CRAS, quanto à profundidade e textura do solo. Desta forma, dentre os erros ($RMSE$, $NRMSE$ e RSR) que foram adicionados para contribuir com a seleção dos modelos testados, verificou-se que apenas os $NRMSE$ e RSR conseguiram identificar adequadamente melhores ajustes.

Tabela 3. Erros, índice e coeficientes estatísticos utilizados para avaliar a associação entre $\theta_{estimado}$ vs $\theta_{observado}$, tendo os $\theta_{estimado}$ obtidos dos ajustes dos modelos de Van Genuchten (VG), Dexter (D) e Ross (R) à CRAS.

Camada	Textura	Modelo	$NRMSE$ (%)	$RMSE$ ($m^3 m^{-3}$)	RSR	d (adimensional)	r	R^2
0,00-0,05	AA ⁽²⁾	VG	8,40	0,01	0,08	1,00	1,00	0,99
0,05-0,10	AA ⁽²⁾	VG	6,60	0,00	0,07	1,00	1,00	1,00
0,10-0,20	AA ⁽²⁾	VG	3,20	0,00	0,03	1,00	1,00	1,00
0,20-0,40	AA ⁽²⁾	VG	3,10	0,00	0,03	1,00	1,00	1,00
0,40-0,60	AA ⁽²⁾	VG	4,20	0,00	0,04	1,00	1,00	1,00
0,20-0,40	AA ⁽²⁾	D	2,00	0,00	0,02	1,00	1,00	1,00
0,40-0,60	AA ⁽²⁾	D	3,70	0,00	0,04	1,00	1,00	1,00
0,00-0,10	AS ⁽³⁾	D	9,20	0,00	0,09	1,00	1,00	0,99
0,10-0,20	AS ⁽³⁾	D	5,10	0,00	0,05	1,00	1,00	1,00
0,00-0,10	FAA ⁽¹⁾	D	0,60	0,00	0,01	1,00	1,00	1,00
0,10-0,20	FAA ⁽¹⁾	D	0,40	0,00	0,00	1,00	1,00	1,00
0,00-0,05	AA ⁽²⁾	R	16,50	0,01	0,16	0,99	0,98	0,97
0,05-0,10	AA ⁽²⁾	R	17,80	0,01	0,18	0,99	0,98	0,96
0,10-0,20	AA ⁽²⁾	R	14,40	0,01	0,14	0,99	0,99	0,98
0,20-0,40	AA ⁽²⁾	R	16,60	0,01	0,17	0,99	0,98	0,97
0,40-0,60	AA ⁽²⁾	R	13,80	0,01	0,14	0,99	0,99	0,98
0,00-0,10	AS ⁽³⁾	R	34,00	0,02	0,34	0,96	0,93	0,87
0,10-0,20	AS ⁽³⁾	R	38,00	0,02	0,38	0,95	0,92	0,84
0,00-0,10	FAA ⁽¹⁾	R	15,00	0,01	0,15	0,99	0,99	0,97
0,10-0,20	FAA ⁽¹⁾	R	16,20	0,01	0,16	0,99	0,99	0,97

Texturas dos solos analisados: ⁽¹⁾ Franco-argilo-arenosa (FAA); ⁽²⁾ Argilo-arenosa (AA); e, ⁽³⁾ Argilo-siltosa (AS).

Diante das duas possibilidades de erro estatístico para escolha do melhor modelo (*RSR* ou *NRMSE*) e colinearidade verificada em análise de componente principal (ACP; Figura 2), optou-se por realizar uma validação do critério de seleção dos modelos. Assim, por meio de uma análise discriminante linear, considerando os atributos físicos texturais/estruturais e índice e erros estatísticos, selecionou-se o *NRMSE* com taxa de correção de 0,73. O *NRMSE* mostrou-se mais indicado para auxiliar na escolha do modelo de melhor ajuste, considerando os dados do presente estudo. Resultados semelhantes, obtidos com a utilização do *NRMSE* também foram encontrados nos estudos de Chari (2020), ajustando a CRAS com atributos do solo, e Hosseini et al. (2021), comparando funções que descrevem a retenção de água em alguns solos da província do Curdistão. O *NRMSE* possibilitou a análise do melhor modelo conforme a camada e textura do solo. Assim, a classificação do modelo disposta na Tabela 4 indica os seguintes limites para o *NRMSE*: “Melhor” tendo $0\% < NRMSE \leq 10\%$; e “Intermediário” tendo $11\% < NRMSE \leq 20\%$.

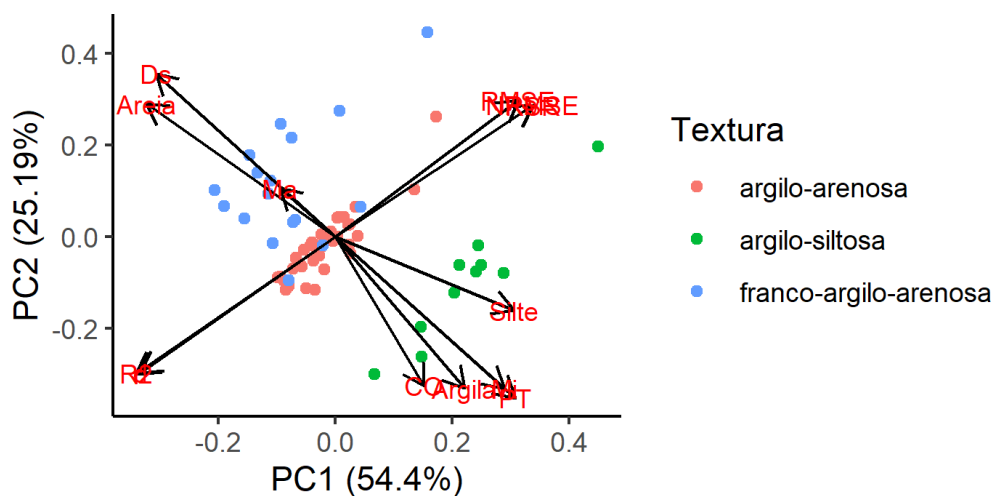


Figura 2. Análise de componentes principais (ACP) considerando erros e índice estatísticos, atributos físicos e CO do solo.

Analisando-se a Tabela 4, verificou-se de forma geral diferenças entre os modelos quanto à textura do solo: os modelos de Van Genuchten e Dexter ajustaram-se “melhor” aos solos com camadas contendo texturas AA e AS, respectivamente; o modelo Dexter e Ross ajustaram-se com classificação “melhor” e “intermediário”, respectivamente, para solos com camadas contendo textura FAA; e, o modelo de Ross obteve classificação “intermediário” para os solos contendo camadas de textura AA. Não foram verificadas diferenças estatísticas entre os modelos quanto às camadas. Contudo, Du (2020) considera que é sempre recomendável realizar análises e verificação dos modelos quanto às camadas (profundidade), pois os tipos de solos podem apresentar variabilidade.

Tabela 4. Valores de *NRMSE* (%) e classificação do modelo para realizar o ajuste dos dados.

Camadas (m)	Textura	<i>NRMSE</i> (%)	Modelo	Classificação do modelo
0,00-0,05	AA ⁽²⁾	8,4	VG	“Melhor”
0,05-0,10	AA ⁽²⁾	6,6	VG	“Melhor”
0,10-0,20	AA ⁽²⁾	3,2	VG	“Melhor”
0,20-0,40	AA ⁽²⁾	3,1	VG	“Melhor”
0,40-0,60	AA ⁽²⁾	4,2	VG	“Melhor”
0,00-0,10	AS ⁽³⁾	9,2	D	“Melhor”
0,10-0,20	AS ⁽³⁾	0,4	D	“Melhor”
0,00-0,05	AA ⁽²⁾	16,5	R	“Intermediário”
0,05-0,10	AA ⁽²⁾	17,8	R	“Intermediário”
0,10-0,20	AA ⁽²⁾	14,4	R	“Intermediário”
0,20-0,40	AA ⁽²⁾	16,6	R	“Intermediário”
0,40-0,60	AA ⁽²⁾	13,8	R	“Intermediário”
0,00-0,10	FAA ⁽¹⁾	5,1	D	“Melhor”
0,00-0,10	FAA ⁽¹⁾	17,6	R	“Intermediário”
0,10-0,20	FAA ⁽¹⁾	0,4	D	“Melhor”
0,10-0,20	FAA ⁽¹⁾	16,2	R	“Intermediário”

Texturas dos solos analisados: ⁽¹⁾ Franco-argilo-arenosa (FAA); ⁽²⁾ Argilo-arenosa (AA); e, ⁽³⁾ Argilo-siltosa (AS).

Os resultados obtidos no presente estudo confirmam as considerações de Du (2020), em que a complementaridade de diferentes modelos pode ser uma ótima escolha para melhorar o ajuste e simulação da CRAS. Bem como, cada modelo apresenta suas limitações, podendo ser aplicado a um ou mais grupos particulares de solo. Desta forma, nos casos em que há modificação dos atributos físicos do solo, em detrimento do manejo e profundidade da camada, há também necessidade de verificação do melhor modelo de ajuste.

CONCLUSÕES

Dentre os coeficientes, índice e erros testados, *RSR* e *NRMSE* foram mais adequados como critério para seleção do modelo de melhor ajuste à CRAS.

Baseando-se em análise discriminante, entre os coeficientes, índice e erros testados o *NRMSE* foi mais adequado para seleção do modelo de melhor ajuste à CRAS, conforme textura e camada de solo.

Para os solos estudados, o melhor modelo de ajuste à CRAS (Van Genuchten, Dexter e Ross) dependeu da textura do solo, mas não da profundidade da camada. O modelo Van Genuchten ajustou-se “melhor” aos solos com camadas contendo textura Argilo-arenosa, enquanto o modelo Dexter classificou-se como “melhor” para solos de textura Franco-argilo-arenosa e Argilo-siltosa.

LITERATURA CITADA

- ALVAREZ, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. de M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, 2013.
- ABKENAR, F. Z.; RASOULZADEH, A.; ASGHARI, A. Performance evaluation of different soil water retention functions for modeling of water flow under transient condition. **Bragantia**, v. 78, n. 1, p.119–130, 2019.
- AULER, A. C.; PIRES, L. F.; PINEDA, M. C. Influence of physical attributes and pedotransfer function for predicting water retention in management systems. **R. Bras. Eng. Agríc. Ambiental**, v. 21, n. 11, p. 746–751, 2017.
- AULER, A. C. Efeitos de corretivos da acidez do solo associados ao gesso agrícola sobre os atributos físicos e químicos do solo. **Tese** apresentada à Universidade Estadual de Ponta Grossa para obtenção do título de Doutor em Agronomia – Área de Concentração: Agricultura. Linha de Pesquisa: Uso e Manejo do Solo. Orientador: Prof. Dr. Luiz Fernando Pires. Ponta Grossa-PR. 2018.
- AULER, A. C.; ROMANIW, J.; SÁ, J. C. M.; PIRES, L. F. Improvement on soil structure and water retention after application of industrial organic waste as a crop fertilizer. **Journal of Soils and Sediments**. v.20, p. 2771–2783, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11368-020-02628-w>
- BOLOTOV, A. G.; SHEIN, E. V.; MAKARYCHEV, S. V. Water retention capacity of soils the Altai Region. ISSN 1064-2293, **Eurasian Soil Science**, v. 52, n. 2, p. 187–192, 2019. © Pleiades Publishing, Ltd. DOI: 10.1134/S1064229319020030.
- CHARI, M. M.. Estimation of Soil- Water Retention Curve Using Readily Available Soil Properties Based on Fractal Approach. **Journal Irrigation and Water Engineering**. v. 11; n. 42, p. 48–59, 2020.
- DEXTER, A. R.; CZYZ, E. A.; RICHARD, G.; REZKOWSKA, A. A user-friendly water retention function that takes account of the textural and structural pore spaces in soil. **Geoderma**, v. 143, p. 243–253, 2008.
- D'EMILIO, A; AIELLO, R.; CONSOLI, S.; VANELLA, D.;LOVINO, M. Artificial neural networks for predicting the water retention curve of Sicilian agricultural soils. **Water**. v.10, p. 1–13, 2018. DOI: 10.3390/w10101431.
- DU, C. Comparison of the performance of 22 models describing soil water retention curves from saturation to oven dryness. **Vadose Zone Journal**. v. 19 p. 1–20, 2020. DOI: 10.1002/vzj2.20072
- GHEZZEREI, T. A.; SULMAN, B.; ARNOLD, C. L.; BOGIE, N.; BERHE, A. A. On the role of soil water retention characteristic on aerobic microbial respiration. **Biogeosciences**, v. 16, p. 1187-1209, 2019. DOI: <https://doi.org/10.5194/bg-16-1187-2019>
- HORIKOSHI, M.; TANG, Y.; DICKEY, A.; GRENIÉ, M.; THOMPSON, R.; SELZER, L. **Package 'ggfortify'**. Data Visualization Tools for Statistical Analysis Results. Version 0.4.11. 2020. URL <https://github.com/sinhrks/ggfortify>

- HOSSEINI, S. V.; DAVARI, M.; KHALEGHPANAH, N. Developing and comparing pedotransfer functions and spectral transfer functions for predicting water retention in some soils of Kurdistan province. **Electronic Journal Soil Management and Sustainable Production**. v. 10, n. 3, p. 51–71, 2021.
- KHLOSI, M.; CORNELIS, W. M.; DOUAIK, A.; GENUCHTEN, M. T. H.; GABRIELS, D. Performance evaluation of models that describe the soil water retention curve between saturation and oven dryness. **Vadose Zone Journal**, v. 7, p. 87–96, 2008. DOI: <https://doi.org/10.2136/vzj2007.0099>
- MELLO, C. R.; OLIVEIRA, G. C.; FERREIRA, D. F.; LIMA, J. M.; LOPES, D. MELLO. Modelos para determinação dos parâmetros da equação de van Genuchten para um Cambissolo. **Rev. bras. eng. agríc. ambient.** v. 9, n. 1, p. 23–29. 2005. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S1415-43662005000100004>
- RICHARDS, L. A. Physical conditions of water in soil. In: BLACK, C. A. et al. (Eds.). *Methods of soil analysis: physical and mineralogical properties, including statistics of measurements and sampling*. Madison: **American Society of Agronomy**, p. 128–152, 1965.
- ROEVER, C., RAABE, N., LUEBKE, K., LIGGES, U., SZEPANNEK, G., ZENTGRAF, M., 2020. **klR: Classification and Visualization**. R package Version 0.6-14.
- ROSS, P. J.; WILLIAMS, J.; BRISTOW, K. L. Equation for extending water-retention curves to dryness. **Soil Sci. Soc. Am. J.**, v. 55, p. 923–927, 1991.
- RStudio Team (2020). **RStudio: Integrated Development for R**. RStudio, PBC, Boston, MA URL <http://www.rstudio.com/>.
- SILVA, E. M. da; AZEVEDO, J. A. de. Influência do período de centrifugação na curva de retenção de água em solos de Cerrado. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 37, p.1487–1494, 2002.
- SILVA, A. P.; TORMENA, C. A.; FIDALSKI, J.; IMHOFF, S. Funções de pedotransferência para as curvas de Retenção de água e de resistência do solo à penetração. **R. Bras. Ci. Solo**, v. 32, p. 1–10, 2008.
- VAN GENHUSCTEN, M. T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. **Soil Sci. Soc. Am. J.**, v. 44, p. 892–898, 1980.
- VAHEDIFARD, F; CAO, T. D.; THOTA, S. K.; GHAZANFARI, E. Nonisothermal Models for Soil–Water Retention Curve. **J. Geotech. Geoenviron**, v. 144, n. 9, p. 1–14, 2018.
- WILLMOTT, C.J. Some Comments on the Evaluation of Model Performance. **Bulletin American Meteorological Society**, v. 63, n. 11, p. 1309–1313, 1982. DOI: 10.1175/1520-0477(1982)063<1309:SCOTEO>2.0.CO;2.
- ZAMBRANO-BIGIARINI, M. hydroGOF: Goodness-of-fit functions for comparison of simulated and observed hydrological time series. **R package version 0.3-10**. URL <<https://github.com/hzambran/hydroGOF>>. 2017. DOI:10.5281/zenodo.840087.